

## NGUYÊN LÝ DIRICHLET

### GIỚI THIỆU NGUYÊN LÝ DIRICHLET

Nguyên tắc này mang tên nhà toán học người Đức Peter Gustav Dirichlet (1851-1931) còn gọi là “nguyên tắc lồng chim câu, nguyên tắc thỏ và lồng...” được phát biểu hết sức đơn giản như sau:



“Nếu nhốt 7 con thỏ vào 3 cái lồng thì thế nào cũng có một lồng chứa ít nhất 3 thỏ”.

### Chứng minh

Giả sử mỗi lồng chứa nhiều nhất 2 thỏ, thì 3 lồng chứa nhiều nhất  $3 \cdot 2 = 6$  thỏ.

Mà đề bài có 7 con thỏ ( $7 > 6$ ) nên không thể nhốt hết được  $\Rightarrow$  Vô lý.

Vậy phải tồn tại một lồng ít nhất 3 con.

**Nhận xét:** Bài toán số thỏ phải không chia hết cho số lồng (7 không chia hết cho 3).

Ngoài ra để trình bày giản đơn, chúng ta có thể trình bày như sau:

7 con thỏ nhốt 3 cái lồng.

Mà  $7 : 3 = 2$  dư 1

Theo nguyên lý Dirichle, Phải tồn tại 1 lồng nhốt ít nhất 3 con.

Các bài toán sau đây, các bạn sẽ giải bằng cách vận dụng nguyên lý Dirichle nhé.

### BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Bài 1.** Chứng minh rằng nếu nhốt 17 con thỏ vào 4 cái lồng thì thế nào cũng có một lồng chứa ít nhất 5 thỏ.

**Bài 2.** Chứng minh rằng nếu nhốt 19 con chim vào 6 cái lồng thì thế nào cũng có một lồng chứa ít nhất 4 con chim.

**Bài 3.** Trong 1 lớp học có 30 học sinh. Chứng tỏ rằng trong số học sinh ta sẽ tìm thấy 2 học sinh có tên bắt đầu bằng một chữ cái giống nhau.

- Bài 4.** Trong một thùng có đựng 25 quả táo, gồm 3 loại. Chứng tỏ rằng trong số táo ấy, bao giờ ta cũng có thể tìm được ít ra 9 quả táo cùng một loại táo nào đó.
- Bài 5.** Trong một thùng có đựng 105 quả táo, gồm 4 loại. Chứng tỏ rằng trong số táo ấy, bao giờ ta cũng có thể tìm được ít ra 27 quả táo cùng một loại táo nào đó.
- Bài 6.** Một lớp có 38 học sinh. Chứng minh rằng có ít nhất 4 học sinh có tháng sinh giống nhau.
- Bài 7.** Một trường học có 970 học sinh gồm 22 lớp. Chứng minh rằng phải có ít nhất một lớp có 45 học sinh trở lên.
- Bài 8.** Trong 45 học sinh làm bài kiểm tra không có ai bị điểm dưới 4, chỉ có 2 học sinh được điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 8 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên từ 0 đến 10).
- Bài 9.** Một lớp học có 45 học sinh. Khi viết chính tả, em A phạm 14 lỗi, các em khác phạm ít lỗi hơn. Chứng minh rằng có ít nhất là 4 học sinh không mắc lỗi hoặc mắc số lỗi bằng nhau.
- Bài 10.** Một lớp học có 45 học sinh, có duy nhất một học sinh thiếu nhiều bài tập nhất là thiếu 3 bài tập. Chứng minh rằng tồn tại 15 học sinh thiếu 1 số bài tập như nhau (trường hợp không thiếu bài tập coi như thiếu 0 bài)
- Bài 11.** Trong 1 chuyến du lịch có hs của 3 lớp tham gia .Người phụ trách không biết rõ ai học ở lớp nào .Vậy cần phải chọn ít nhất bao nhiêu người vào đội trực ban để đảm bảo cho đội này có không ít hơn 3 người của 1 lớp nào đó ?
- Bài 12.** Có 5 đội bóng thi đấu với nhau mỗi đội phải đấu một trận với các đội khác. Chứng minh rằng vào bất cứ lúc nào cũng có hai đội đã đấu số trận như nhau.
- Bài 13.** Có 6 đội bóng thi đấu với nhau (mỗi đội phải đấu 1 trận với 5 đội khác). Chứng minh rằng vào bất cứ lúc nào cũng có 3 đội trong đó từng cặp đã đấu với nhau hoặc chưa đấu với nhau trận nào.
- Bài 14.** Chứng minh rằng từ 52 số nguyên bất kỳ luôn có thể chọn ra hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 100
- Bài 15.** Chứng minh rằng trong các số tự nhiên thế nào cũng có k số sao cho  $2021^k - 1$  chia hết cho  $10^5$ .

